

Strategien zur optimalen Baugrunderkundung auf der Grundlage unsicherer geologischer Baugrundmodelle

Matthias Schönhardt¹, Karl Josef Witt¹, Robert-Balthasar Wudtke¹

Professur Grundbau, Bauhaus-Universität Weimar, Coudraystraße 11c, 99423 Weimar, matthias.schoenhardt@bauing.uni-weimar.de¹,

Der Baugrund ist durch seine geologische Entstehung und infolge anthropogener Einflüsse heterogen. Baugrunduntersuchungen geben nur einen stichprobenhaften Einblick. Die beschreibenden Kenngrößen sind mit Unsicherheiten behaftet. Durch die Nutzung geostatistischer Methoden werden aus unsicheren Kenngrößen in einem Untersuchungsgebiet unscharfe Prognosen generiert. Aus den ursprünglichen Einzelunsicherheiten kombiniert mit der Modellunsicherheit können dimensionsäquivalent sogenannte Unsicherheitsplots abgeleitet werden. Auf der Grundlage des Unsicherheitsplots werden Strategien zur Messnetzplanung und Messnetzoptimierung vorgestellt. Es wird unterschieden zwischen der Messnetzoptimierung durch Einfügen neuer Erkundungspunkte für ein Untersuchungsgebiet mit Vorinformationen und der Messnetzplanung zur Quantifizierung eines optimalen Erkundungsabstandes für neue Untersuchungsgebiete. Die bereitgestellten Modelle sind ein Werkzeug zur Entscheidungsfindung in der Planung von Baugrunduntersuchungen. Abgeleitete Erkundungsstrategien können so überwiegend objektiv, reproduzierbar und transparent dokumentiert werden.

Due to the genesis and the anthropogenic impact the geological structure is in general heterogeneous. The results of site investigations can represent only a small part of this area. In addition the characteristic and relevant parameters are uncertain. Geostatistical methods are able to generate uncertain estimations. With the combination of the primary parameter uncertainties and the modelling uncertainties the so called uncertainty plot can be generated. On the basis of these strategies for site investigation planning and site investigation optimisation will be presented. It will be differ between the plan of site investigation optimisation by inserting further steps of investigations for a research area with existing information and the plan of site investigation for quantification of an optimised investigation distance. The provided algorithms are tools for decision making in site investigation planning. Derived investigation strategies are more objective, reproduceble and transparent.

1 Einleitung

Der Baugrund ist durch seine geologische Entstehung und infolge anthropogener Einflüsse heterogen. Baugrunduntersuchungen geben nur einen stichprobenhaften Einblick. Die beschreibenden Kenngrößen sind unsicher als Folge von Messungenauigkeiten, auftretender Dateninkonsistenz und Heterogenität sowie Datenübertragung und Datenbereitstellung.

Auf der Grundlage geostatistischer Methoden können aus diskreten unsicheren Kenngrößen in einem Untersuchungsgebiet ebene oder räumliche Abbildungen generiert werden. Aus den zugehörigen Einzelunsicherheiten der Kenngrößen können dimensionsäquivalent sogenannte Unsicherheitsplots als ein Resultat der Modellbildung abgeleitet werden, die neben der Kenngrößenunsicherheit auch die Modellunsicherheit berücksichtigen (SCHÖNHARDT 2005). Erkundungsstrategien basieren oft auf subjektiven Erfahrungen und berücksichtigen gegebenenfalls geometrische Randbedingungen. Abgeleitete Entscheidungen sind wenig transparent und selten reproduzierbar. Durch die Einbeziehung des Unsicherheitsplots als Entscheidungsgrundlage kann mehr Objektivität erreicht werden.

Auf der Grundlage des Unsicherheitsplots und dessen Flächen- oder Raumintegralen werden Strategien zur optimalen Messnetzplanung vorgestellt. Es kann unterschieden werden zwischen der Messnetzoptimierung durch Einfügen neuer Erkundungspunkte für ein Untersuchungsgebiet mit Vorinformationen und der Messnetzoptimierung zur Quantifizierung eines optimalen Erkundungsabstandes für neue Untersuchungsgebiete. Beide Optimierungsstrategien berücksichtigen neben den einzelnen

Kenngößeninformationen auch korrelierte Randbedingungen. Letztere können auf wirtschaftlichen Gesichtspunkten oder geotechnischen Grenzzuständen beruhen.

2 Geostatistische Modellbildung mit unsicheren Parametern

Unsicherheit ist ein wesentliches Merkmal für die Beschreibung von natürlichen Zusammenhängen. Sie unterscheidet sich in Ihren Grundlagen. So existieren Unsicherheiten in zufällige Ereignisse oder Prozesse, die nicht vorhersagbar sind, und Unsicherheiten, die vom Umfang des Wissens abhängen. Letztere sind mit der Steigerung oder Optimierung des Erkundungsumfanges bedingt quantifizierbar (BAECHER 1972, BAECHER UND CRISTIAN 2003).

Die Nutzung statistischer Methoden ermöglicht die Quantifizierung der Unsicherheit, um Aussagen transparenter und objektiver zu treffen. Es sind beispielsweise gestutzte und ungestutzte Dichterverteilungen, Intervalle, Sets sowie Wichtungs- und Vertrauensfaktoren anwendbar (SCHÖNHARDT, WITT 2005). Die unsicheren Kenngrößen werden in den geostatistischen Interpolationsprozess eingebunden, siehe Abb. 1 .

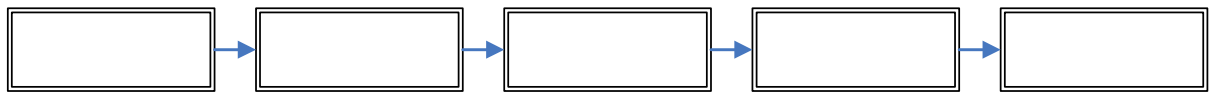


Abb. 1: Etappen der geostatistischen Interpolation zur Erstellung eines geologischen Modells

Die Berücksichtigung unsicherer Kenngrößen als Eingangsparameter führt zu unsicheren experimentellen und theoretischen Variogrammen, zu unsicheren Krigingprognosen und somit auch zu unsicheren geologischen Modellen (SCHÖNHARDT 2005). Die Unsicherheiten in den einzelnen Etappe resultieren jeweils aus dem vorangegangenen Teilmodell. Die prinzipiellen Zusammenhänge sind in Abb. 2 dargestellt.

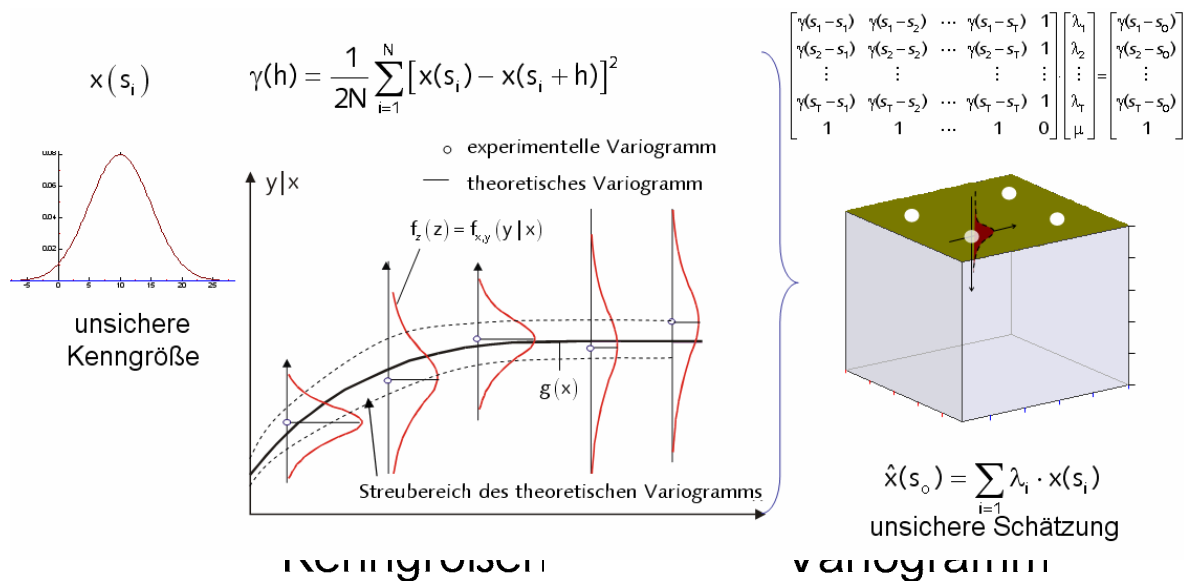


Abb. 2: Einfluss unsicherer Kenngrößen auf den geostatistischen Interpolationsalgorithmus

Die Unsicherheit der Schätzung kann durch stochastische Simulation direkt ermittelt werden. Da keine kommerziellen Softwareanwendungen zur Berücksichtigung unsicherer Eingangskenngößen zur Verfügung stehen, kann die Unsicherheit der Prognose durch einen sogenannten Unsicherheitsplot auf der sicheren Seite liegend geschätzt werden oder mit der Softwareanwendung GeoStat (SCHÖNHARDT 2005), die für die Ableitung der optimalen Erkundungsstrategie benötigt wird, auf der Grundlage stochastischer Simulationen numerisch bestimmt werden. Es ist mit dem Unsicherheitsplot möglich, ein Konfidenzintervall für die Schätzung anzugeben. Ohne GeoStat kann der Unsicherheitsplot bei Berücksichtigung unsicherer Eingangskenngößen aus der Unsicherheitsfortpflanzung der Kenngrößenunsicherheiten und der Krigingvarianz als Modellvarianz abgeleitet werden, siehe Abb. 3.

Theore
Variog

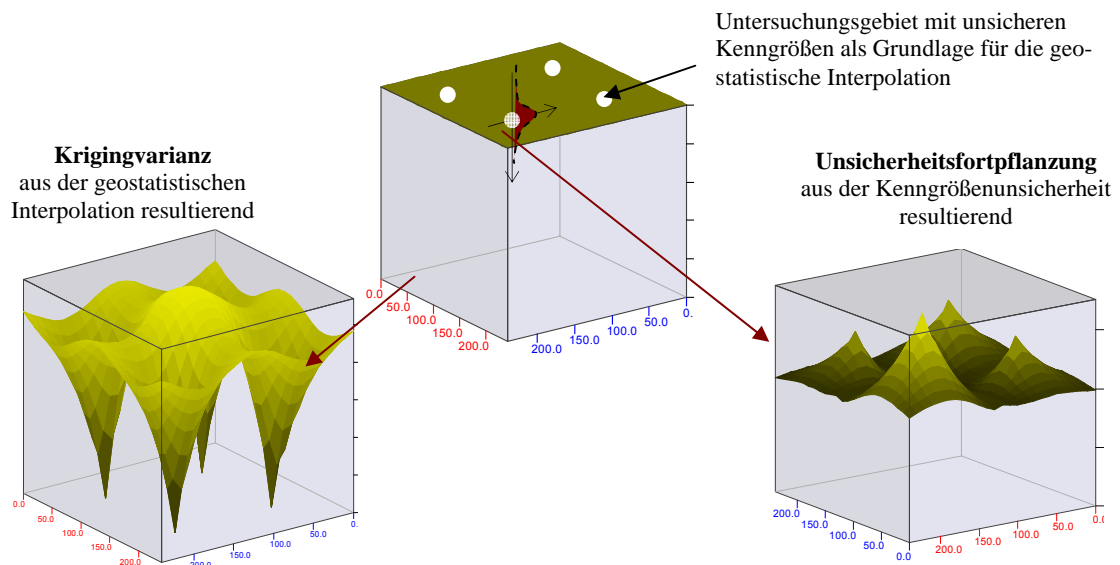


Abb. 3: Qualitativer Verlauf der Krigingvarianz und der Unsicherheitsfortpflanzung in Abhängigkeit der Erkundungsorte mit unsicheren Kenngrößen im Untersuchungsgebiet

Beide Teilunsicherheiten, die Kenngrößenunsicherheit und die Krigingvarianz, können zu einem sogenannten Unsicherheitsplot kombiniert werden (SCHÖNHARDT 2005) indem die jeweils maximale Unsicherheit übernommen wird. Die Minimierung des so abgegrenzten Konfidenzintervalls ist die wesentliche Aufgabe für die Optimierung der Erkundungsstrategie in einem Untersuchungsgebiet und damit die Voraussetzung für die Erstellung von geologischen Modellen mit minimierter Unsicherheiten bei wirtschaftlich sinnvollem Erkundungsaufwand.

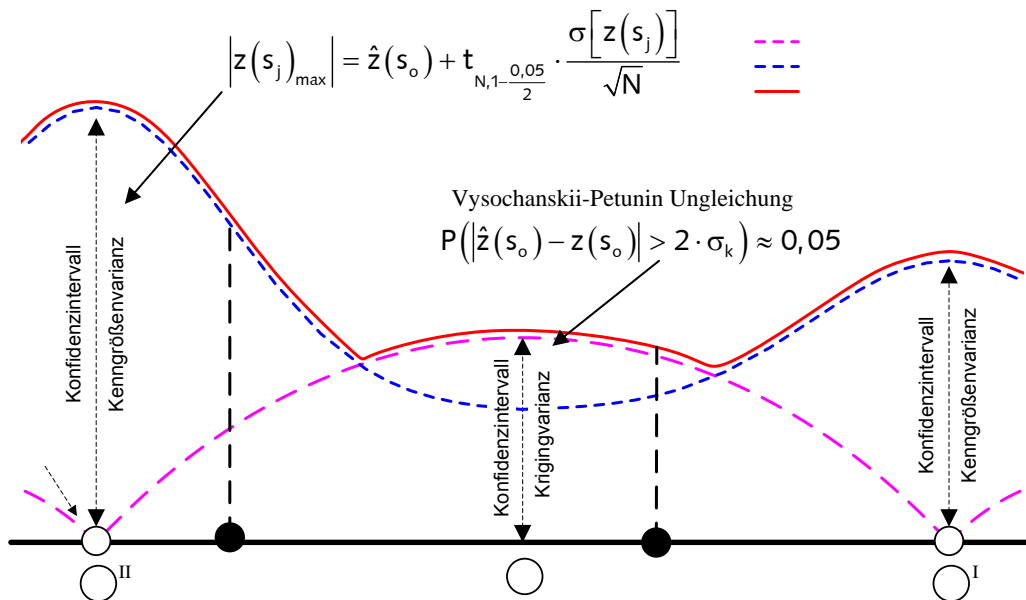


Abb. 4: Vorschlag für den Unsicherheitsplot des Krigingschätzers nach SCHÖNHARDT 2005

3 Messnetzplanung und Messnetzoptimierung

3.1 Allgemein

Die Messnetzplanung und -optimierung soll den erforderlichen Erkundungsaufwand und die Lage der Erkundungsorte unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Randbedingungen optimieren. Die notwendigen Algorithmen schließen den Regelkreis zwischen dem Unsicherheitsplot, den unsicheren Eingangskenngrößen und deren Lage im Untersuchungsgebiet, siehe Abb. 5.

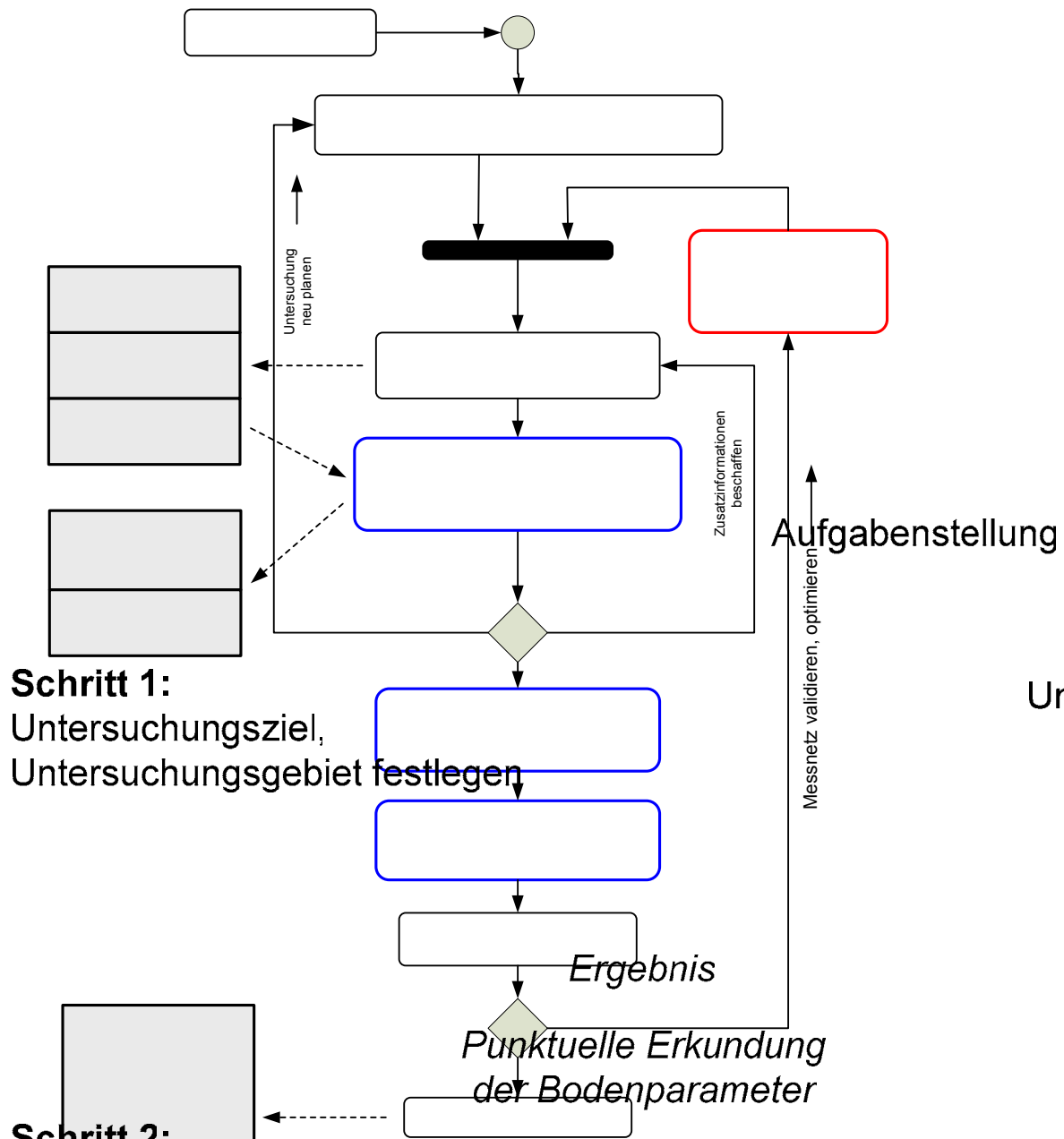


Abb. 5: Ablauf einer datenbasierten Optimierung an DOBLETTAL mit der Erweiterung durch die Messnetzplanung und Optimierung

Im Vorfeld der Messnetzplanung und Messnetzoptimierung sollte zunächst überprüft werden, dass alle vorhandenen Kenngrößen mit anerkannten Untersuchungsverfahren gewonnen wurden, die Unsicherheit der Kenngrößen quantifizierbar ist, dass Redundanzen weitgehend ausgeschlossen werden können und dass statistisch signifikante Ausreißer eliminiert wurden.

Daten aufbereiten
und prüfen

Punktuelle
Erkundung
Einflussfaktoren

Ergebnis
Klassifizierte und

Ergebnis
Klassifizierte und

In DOBLER ET AL. (2003) wird weiterhin darauf hingewiesen, dass die räumliche Repräsentativität, eine angemessene Anzahl, der unsicheren Kenngrößen gegeben sein sollte. Für zusätzliche Erkundungen werden die Empfehlungen gegeben:

- Ist die absolute Anzahl der Stichprobenelemente in einer homogenen Raumeinheit, einem Detailuntersuchungsgebiet, zu klein, sollte diese nachbeprobt werden
- Ist der Anteil der Stichproben einer Raumeinheit wesentlich kleiner als ihr Flächenanteil (starke Clusterung der Erkundungspunkte), so sind innerhalb dieser Raumeinheit weitere Untersuchungen notwendig.
- Sind bestimmte Raumbereiche des Untersuchungsgebietes gar nicht beprobt worden, dann muss hier nachbeprobte werden, sofern dies nicht durch Hindernisse wie bestehende Bauten, geologische Gegebenheiten oder räumliche Unzugänglichkeiten der Flächen erschwert wird.
- Weisen die gewonnenen geotechnischen Kenngrößen in einer Raumeinheit eine signifikant große Streuung auf, sollten hier weitere Untersuchungen stattfinden.

Die damit verbundenen Festlegungen zu Nachuntersuchungen sind durch überwiegend subjektive Expertenentscheidungen geprägt, die oft nicht reproduzierbar sind.

3.2 Planungs- und Optimierungsmöglichkeiten

Der Unsicherheitsplot ist ein Maß für die Gesamtunsicherheit der geostatistischen Modellbildung mit unsicheren Kenngrößen. Die Reduktion der Gesamtunsicherheit mit wirtschaftlich sinnvollem Aufwand ist die Aufgabe für die Messnetzplanung und Messnetzoptimierung nach Abb. 4.

Der zusätzliche Erkundungsbedarf als Resultat einer Messnetzplanung leitet sich dabei ab aus:

- der Messnetzkonfiguration - Reduktion der Krigingvarianz
- der Unsicherheit der Erkundungswerte - Reduktion der Kenngrößenvarianz
- den Festlegungen nach DIN 4020 und
- der Notwendigkeit der Erkundung im Bereich besonderer Bauwerkspunkte

Wurde ein gültiges unsicheres Variogramm für die unsicheren Kenngrößen im Detailerkundungsgebiet bestimmt, so ist die Krigingvarianz nur von der Lage der Erkundungsorte, dem Messnetz, abhängig. Ein weiterer Erkundungsbedarf kann interaktiv durch Einführung neuer fiktiver Stützstellen bestimmt werden, ohne zuvor reale Erkundungen durchführen zu müssen. Im Anschluss daran wird ein aktualisiertes unsicheres Variogramm bestimmt und die aktualisierte Krigingvarianz ermittelt. Die Veränderung des Krigingvarianzverlaufes ist ein Maß für die Qualität der Messnetzoptimierung, siehe Abb. 8.

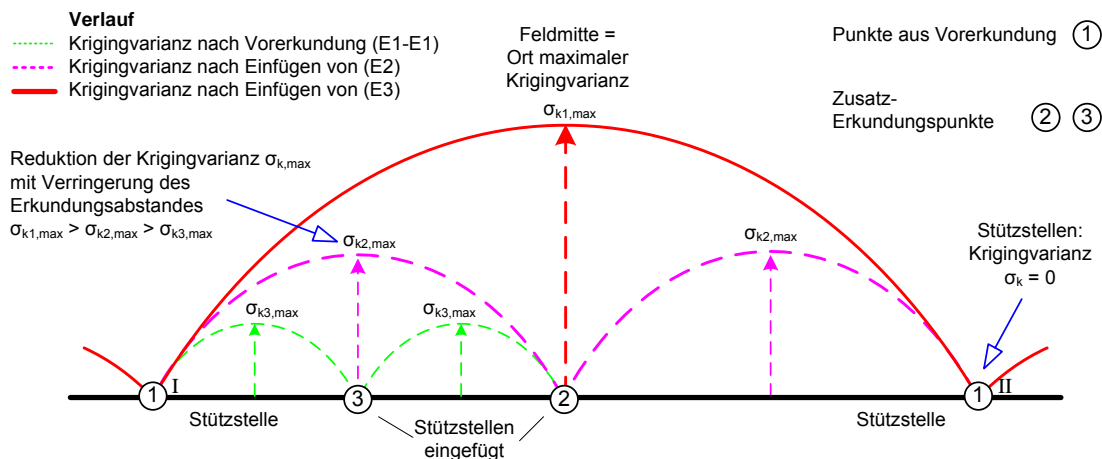


Abb. 6: Schematischer Verlauf der Krigingvarianz zwischen zwei Messorten

Da jede zusätzliche Erkundung zu einer Reduzierung der Krigingvarianz führt, ist die Anordnung der Messpunkte wesentlich. Der jeweils erzielte Minimierungserfolg ist in Abhängigkeit der Fragestellung zu interpretieren und den wirtschaftlichen Aufwendungen gegenüberzustellen. Diese Vorgehensweise kann auch für die Planung neuer Messnetze in Detailerkundungsgebieten genutzt werden.

Die Unsicherheit der Kenngröße an einem Messort ist ebenfalls ein wesentliches Merkmal für die Ableitung des zusätzlichen Erkundungsbedarfes. Zwischen den Messorten unterliegt die Kenngrößenunsicherheit dem Unsicherheitenfortpflanzungsgesetz. Mit zunehmender Entfernung zu den Stützstellen nimmt die Prognoseunsicherheit ein lokales Minimum an.

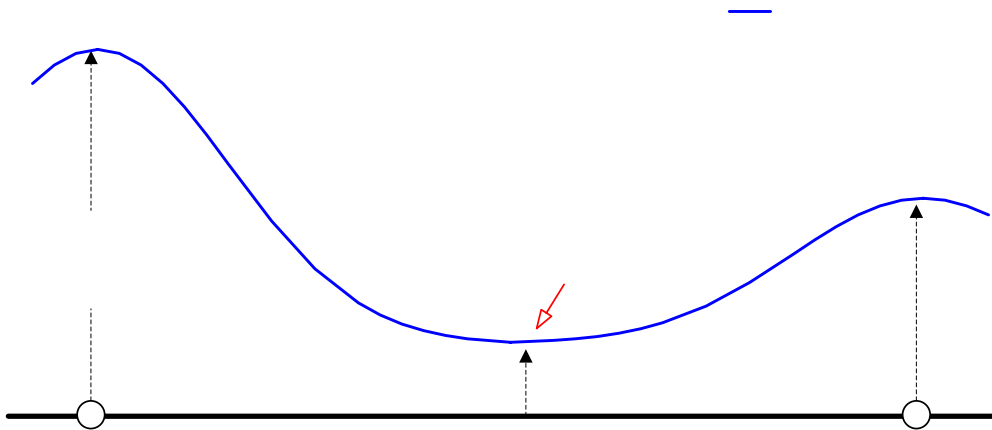


Abb. 7: Schematischer Verlauf der Kenngrößenunsicherheit zwischen zwei Messpunkten

Die Unsicherheit des Schätzers wird an den Erkundungsorten durch die Varianz der unsicheren Kenngröße bestimmt. Um die Gesamtvarianz zu reduzieren, muss die Kenngrößenvarianz an den Erkundungsorten durch geeignete Maßnahmen verringert werden. Hierzu gehören:

- Plausibilitätsbetrachtungen durch indirekte Verfahren,
- Nacherkundungen zur Gewinnung von zusätzlichen Proben,
- die Nutzung von Erkundungsmethoden zur Bestimmung von Kenngrößen mit geringerer Unsicherheit und
- die statistische Eliminierung von Ausreißern.

Eine effektive Methode zur Reduzierung der Kenngrößenunsicherheit ist die Bayes'sche Statistik. Dieses Verfahren bietet die Möglichkeit, die Aussagekraft einer relativ kleinen zusätzlichen Stichprobe aus der Nacherkundung der bereits vorhandenen Kenngrößenmenge, die möglicherweise auf Erfahrungen beruht, gegenüberzustellen. Der Gewinn an Aussagekraft (Metainformation) ist wesentlich höher, als wenn die zusätzliche Stichprobenmenge in den bestehende Kenngrößenmenge integriert werden würde.

Bei der Messnetzoptimierung sind immer auch geometrische Anforderungen an das Messnetz zu beachten und mit in die Planung einzubeziehen. Allgemein unterteilen sich die Anforderungen in:

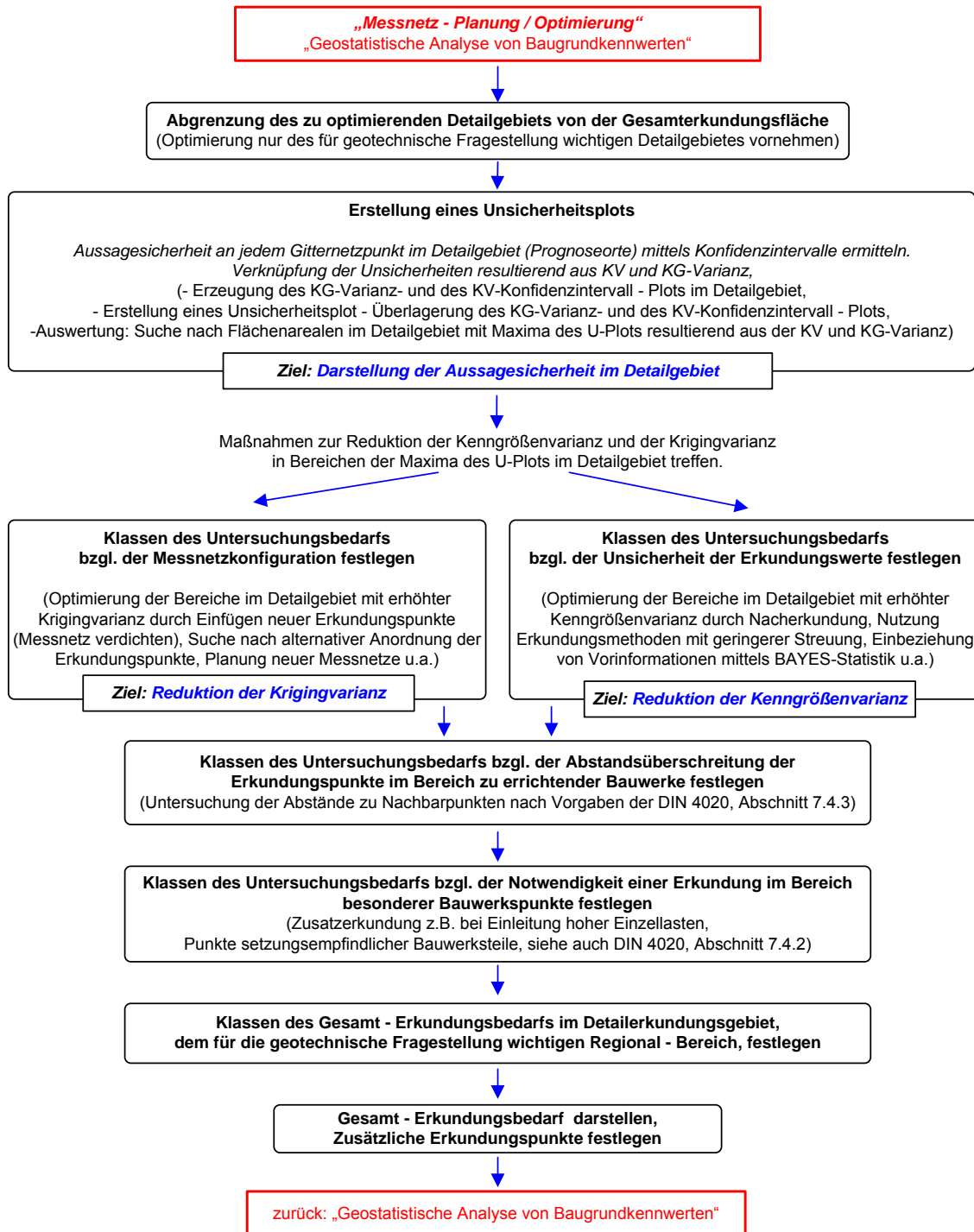
- Beachtung von Vorgaben zur geometrischen Anordnung der Erkundungspunkte nach DIN 4020
- Notwendigkeit von Erkundung an bebauungsrelevanten Orten und in der Nähe setzungsempfindlicher Bauwerke
- Notwendigkeit von Erkundungen an Orten mit wechselnden Baugrundverhältnissen und anthropogenen Einflüssen
- aber auch die notwendige Schärfe der Kenngrößen in Berücksichtigung auf wirtschaftliche Randbedingungen und ausgewählte geotechnische Grenzzustände

Lokal
Kenn
im

Letzteres ist aktueller Forschungsgegenstand. Am Beispiel ökonomischer Randbedingungen wird dies im Folgenden betrachtet.

3.3 Der Unsicherheitsplot als Grundlage

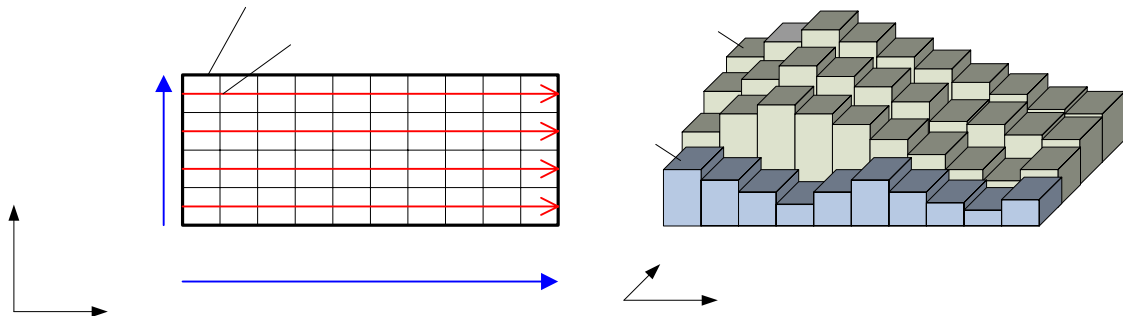
Der Unsicherheitsplot kombiniert die Kenngrößenunsicherheit und die geostatistische Modellunsicherheit. Die Vorgehensweise für die darauf aufbauende Messnetzplanung und der Messnetzoptimierung ist in Abb. 8 dargestellt.



KG-Varianz = Kenngrößenunsicherheit, KV = Krigingvarianz, U-Plot = Unsicherheitsplot

Abb. 8: Algorithmus der Messnetzplanung und der Messnetzoptimierung auf der Grundlage des Unsicherheitsplots

Als Maß für die Gesamtunsicherheit in einem Detailuntersuchungsgebiet wird das Integral über den Unsicherheitsplot bestimmt. Da sich der Unsicherheitsplot aus mehreren Teilfunktionen zusammensetzt, kann keine geschlossene Integration vorgenommen werden. Die Integration wird daher numerisch äquivalent zu Abb. 9 durchgeführt.



$$A_{\chi} \approx \left(\frac{b-a}{n} \right) \cdot \left[\frac{f(x_{0,\chi}) + f(x_{n,\chi})}{2} + \sum_{v=1}^{n-1} f(x_{v,\chi}) \right]$$

Detailerkundungsgebiet

Integral über die Krigingvarianz

$$V \approx \sum_{\chi=1}^m \left[A_{\chi} \cdot \left(\frac{c-a}{m} \right) \right] \quad \mathbf{c}$$

$$V \approx \sum_{\chi=1}^m \left[\left(\frac{b-a}{n} \right) \cdot \left(\frac{c-a}{m} \right) \cdot \left(\frac{f(x_{0,\chi}) + f(x_{n,\chi})}{2} + \sum_{v=1}^{n-1} f(x_{v,\chi}) \right) \right] \quad \mathbf{(3)}$$

Abschnitte

$f(\cdot)$ = Funktionswerte der Unsicherheitsfunktion; a, b, c, m, n = Netzgeometrieparameter; A = Oberfläche der

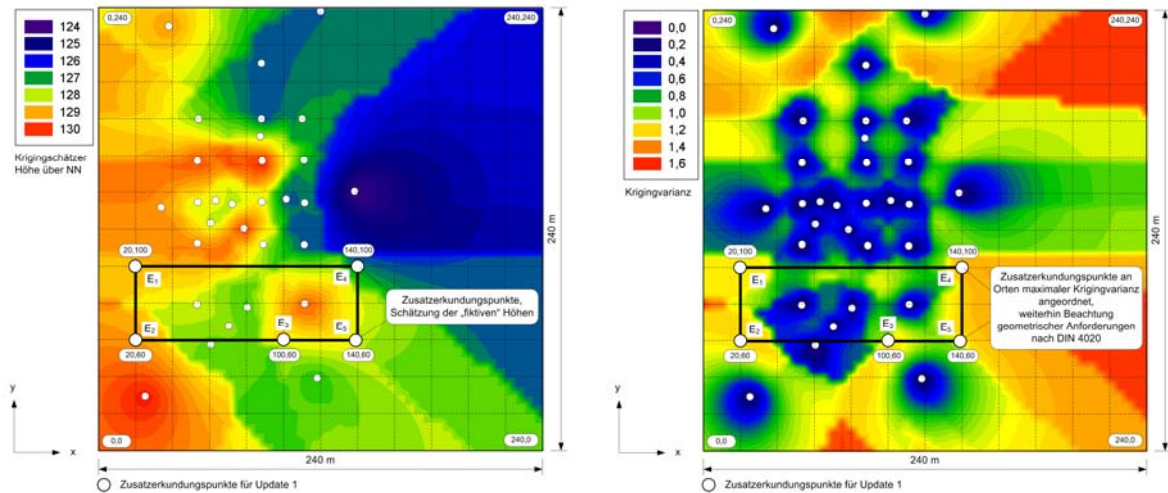
Unsicherheitsfunktion; V = Volumen / Integral über die Unsicherheitsfunktion

Abb. 9: Ermittlung des Integrals über den Unsicherheitsplot im Untersuchungsgebiet durch numerische Integration. Hier dargestellt für eine zweidimensionales Untersuchungsgebiet.

Die Integraldifferenzen ΔV , die sich aus der Berücksichtigung zusätzlicher Untersuchungsergebnisse beziehungsweise aus der Reduzierung der Kenngrößenunsicherheit in aufeinanderfolgenden Etappen ergeben, sind als globales Maß für die Verbesserung der Aussagekraft eines geologischen Modells geeignet. In Abhängigkeit zu vordefinierten Unsicherheitsschranken können Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen zum Erkundungsaufwand und der erzielten Unsicherheitsreduzierung angestellt werden.

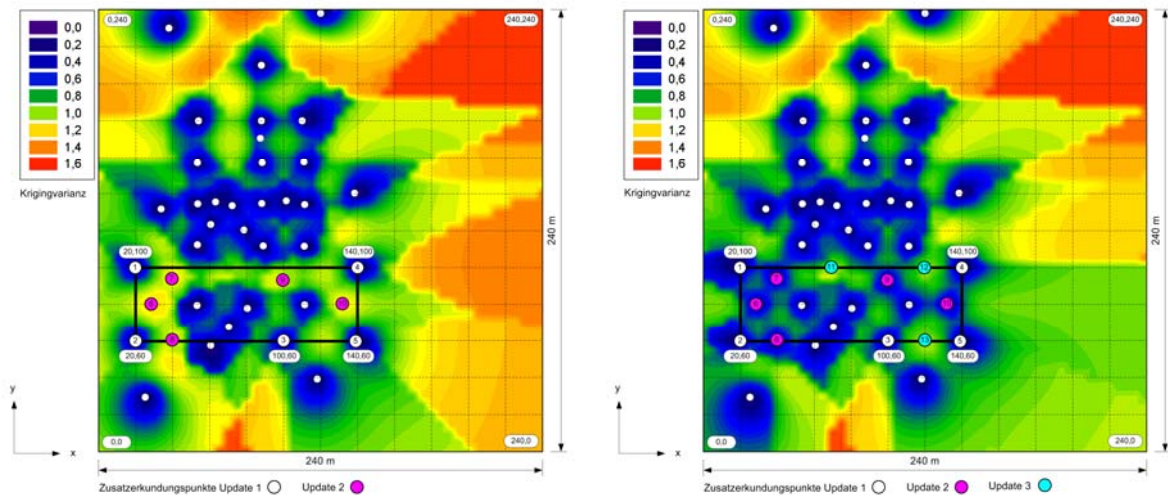
4 Fallbeispiel zur Reduzierung der Modellvarianz

Für die Oberkante des tragfähigen Baugrundes an einem Industriestandort liegen zunächst diskrete Kenngrößen als Vorinformation im Untersuchungsgebiet vor. Diese bilden die Grundlage für die geostatistische Auswertung. Daraus wurde die Schätzung und die Modellvarianz bestimmt, siehe Abb. 10 oben. An den Stellen maximaler Unsicherheit werden jeweils zusätzliche Messstellen angeordnet, das aktualisierte Messnetz wird als Zustand 2 bezeichnet. Die Schätzung und die Modellvarianz wird daraufhin erneut bestimmt. In Abb. 10 unten ist die einhergehende Verringerung der Modellvarianz zu infolge der Messnetzverdichtung zu erkennen. Zusätzlich sind die optimalen Orte für die weitere Messnetzverdichtung angegeben, bezeichnet als Zustand 3. Die Kosten für die zusätzlichen Untersuchungen bilden das Optimierungskriterium. Alternative Kriterien, wie beispielsweise die maximale Unsicherheit der Prognose eine geotechnischen Kenngröße, wären ebenfalls einsetzbar.



Schätzung der Oberkante des tragfähigen Baugrundes (Zustand 1) mit der Anordnung der Nacherkundungen (Zustand 2)

Krigingvarianz für den Ausgangszustand (Zustand 1) mit der Anordnung von Nacherkundungen (Zustand 2)



Krigingvarianz für den Zustand 2 mit der Anordnung von Nacherkundungen (Zustand 3)

Krigingvarianz für den Zustand 2 mit der Anordnung von Nacherkundungen (Zustand 3)

Abb. 10: Beispiel einer Messnetzoptimierung in einem Detailuntersuchungsgebiet durch Einfügen zusätzlicher Messpunkte

Theoretisch könnte das Messnetz soweit verdichtet werden, dass der Abstand der Erkundungsorte gegen null strebt. Für diskrete Kenngrößen würde die Modellunsicherheit ebenfalls gegen null streben. Praktisch steht in diesem Beispiel nur ein definierter Kostenrahmen zur Verdichtung des Messnetzes zur Verfügung, der optimal eingesetzt werden sollte. In Abb. 11 sind die Kosten für weitere Rammsondierungen in Abhängigkeit der Reichweite der räumlichen Korrelation, der Reichweite eines isotropen Variogramms, gegenübergestellt. Es ist zu erkennen, dass sich für den gewählten Standort die Kosten für zusätzliche Erkundungen ab einer Messnetzdichte von 30% der Reichweite sprunghaft erhöhen. In Abb. 12 ist die Reduzierung der Modellunsicherheit dem Nacherkundungsaufwand gegenübergestellt. Für das gewählte Beispiel würde im Bereich von 16-25 Zusatzerkundungen ein akzeptables Optimum eintreten. Für jede weitere Erkundung ist der Zugewinn an Information, die Verbesserung der Schärfe der Prognose, im Verhältnis zu den entstehenden Kosten für die Standortanalyse nicht mehr gegeben. Allgemein kann die notwendige Schärfe aus subjektiven Vorgaben oder aus Sicherheitsanforderungen von geotechnischen Grenzzuständen abgeleitet werden.

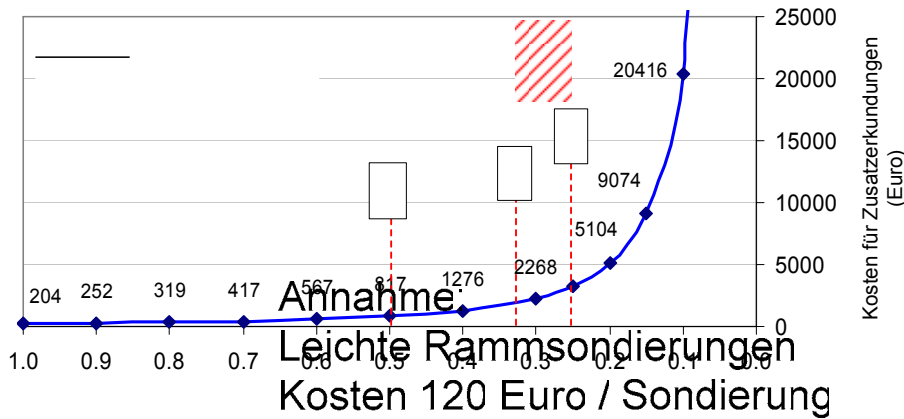


Abb. 11: Gegenüberstellung der Kosten für weitere Erkundungen in Abhängigkeit der mittleren Messnetzdichte

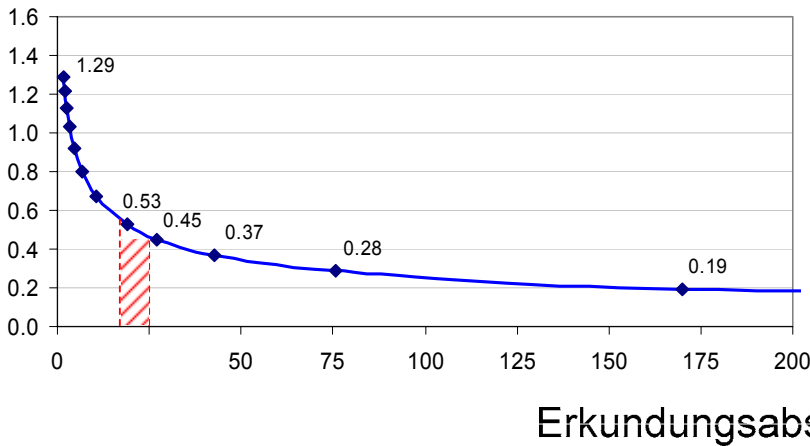


Abb. 12: Gegenüberstellung des zusätzlichen Erkundungsaufwandes und der Reduzierung der Modellunsicherheit

5 Schlussfolgerung

Die Validierung der Kenngrößenunsicherheiten und der Modellunsicherheit, zusammengefasst im Unsicherheitsplot, ist als objektivere Grundlage zur Planung und Optimierung von Messnetzen geeignet. Aus dem Ziel der Minimierung der Gesamtunsicherheit, verknüpft mit geotechnischen oder wirtschaftlichen Randbedingungen als Optimierungskriterium, können konkrete Erkundungsstrategien zur Standortanalyse abgeleitet werden.

Die zugrunde liegende geostatistische Interpolation mit unsicheren Kenngrößen erweitert durch Module der Messnetzplanung und Messnetzoptimierung sind optimal in der prototypischen Softwareanwendung GeoStat zusammengefasst. Sie eignet sich insbesondere für die Planung von Standortanalysen. Durch die analytische Definition des Unsicherheitsplots sind aber auch alternative Anwendungen einsetzbar, die die Unsicherheitsfortpflanzung und die Modellunsicherheit beschreiben können.

Der Wunsch nach mehr Objektivität in der Messnetzplanung ist streng mit der Berücksichtigung von Unsicherheiten in den verschiedenen Modellbildungsetappen verbunden. Werden ausschließlich Richtlinien und Normen als Grundlage betrachtet, führt die Messnetzplanung und Messnetzoptimierung zu unbekanntem Unsicherheitsrisiko in der Abbildung der Realität und damit zu möglichen Fehlinterpretationen und notwendigen subjektiven Entscheidungen, die durch die Nutzung der Softwareanwendung GeoStat vermieden werden könnten.

maximaler Erkundungsaufwand (im Detail)

1/4
b
1/3
b
1/2
b

- BAECHER, G.B. (1972): Site Exploration: A probabilistic approach. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology. [Http://www.glue.umd.edu/~gbaecher/PhD%20 Thesis%201972/Chapter0.pdf](http://www.glue.umd.edu/~gbaecher/PhD%20Thesis%201972/Chapter0.pdf)
- BAECHER, G.B.; CHRISTIAN, J. T. (2003): Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. John Wiley & Sons. Ltd, England
- DIN 4020 (September 2003): Geotechnische Untersuchungen für Bautechnische Zwecke, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Institut für Normung e.V., Berlin; Beuth - Verlag GmbH, Berlin
- DOBLER, L.; HINTERDING, A.; MÜLLER, A.; GERLACH, N.; GABEL, F. (2003): Geostatistische und statistische Methoden und Auswerteverfahren für Geodaten mit Punkt- bzw. Flächenbezug, Abschlussbericht Teil 3: Empfehlungen für die Anwendung statistischer und geostatistischer Methoden zu flächenbezogenen Auswertung von Daten über Stoffgehalte in Böden. Im Auftrag der: Bund - Länder - Arbeitsgemeinschaft Bodenschutz (LABO); Institut für Geoinformatik der Westfälischen Wilhelms - Universität Münster
- SCHÖNHARDT, M.; WITT, K. J. (2005): Geostatistical Methods and their Limits concerning to anisotropic geological properties. 15. Ingenieurgeologische Tagung, Erlangen
- SCHÖNHARDT, M. (2005): Geostatistische Bearbeitung unsicherer Baugrunddaten zur Berücksichtigung in Sicherheitsnachweisen des Erd- und Grundbaus. Dissertation, in: Schanz, T.; Witt, K. J. (Hrsg.): Schriftenreihe Geotechnik – Heft 15. Bauhaus-Universität Weimar, <http://e-pub.uni-weimar.de/volltexte/2005/701/>